ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

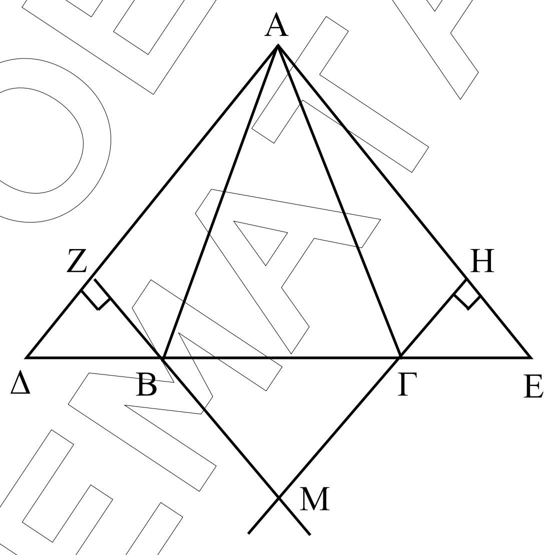
ΘΕΜΑ Α

Α1. Παρ. 3.5 σελ. 62, Θεώρημα ΙΙ

Α2. **α)** Σωστό, **β)** Σωστό, **γ)** Λάθος.

Α3. **α.** i, **β.** ii

ΘΕΜΑ Β

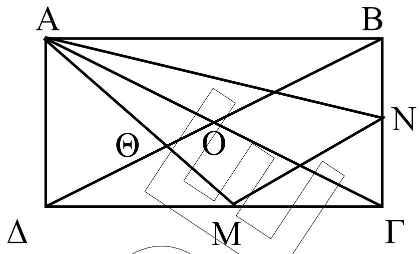


Β1. Αφού ΔΒ = ΓΕ, ΑΒ = ΑΓ, $A\hat{B}\Delta = A\hat{\Gamma}E$, (σαν παραπληρωματικές των προσκείμενων στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ, ίσων γωνιών Β και Γ) θα είναι $\overset{\triangle}{AB\Delta} = \overset{\triangle}{A\Gamma E}$ οπότε ΑΔ = ΑΕ, δηλαδή $\overset{\triangle}{A\Delta E}$ ισοσκελές.

Β2. Έχουμε ΔΒ = ΓΕ, $\hat{Z} = \hat{H} = 90^o$ και $\hat{\Delta} = \hat{E}$ (προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΔΕ). Άρα $\overset{\triangle}{\Delta BZ} = \overset{\triangle}{\Gamma EH}$ οπότε ΒΖ=ΓΗ.

Β3. Έχουμε $\hat{\text{ΜΒΓ}} = \hat{\text{ΜΓΒ}}$, σαν κατακορυφήν των ίσων γωνιών ΔΒΖ και ΕΓΗ των ίσων τριγώνων του προηγούμενου ερωτήματος, οπότε το τρίγωνο ΒΓΜ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Είναι ΑΓ = 2ΑΔ και $\overset{\triangle}{\text{ΑΓΔ}}$ ορθογώνιο στο Δ, οπότε $\hat{\text{ΑΓΔ}} = 30^o$ και $\hat{\text{ΔΑΓ}} = 90^o - \hat{\text{ΑΓΔ}} = 60^o$.

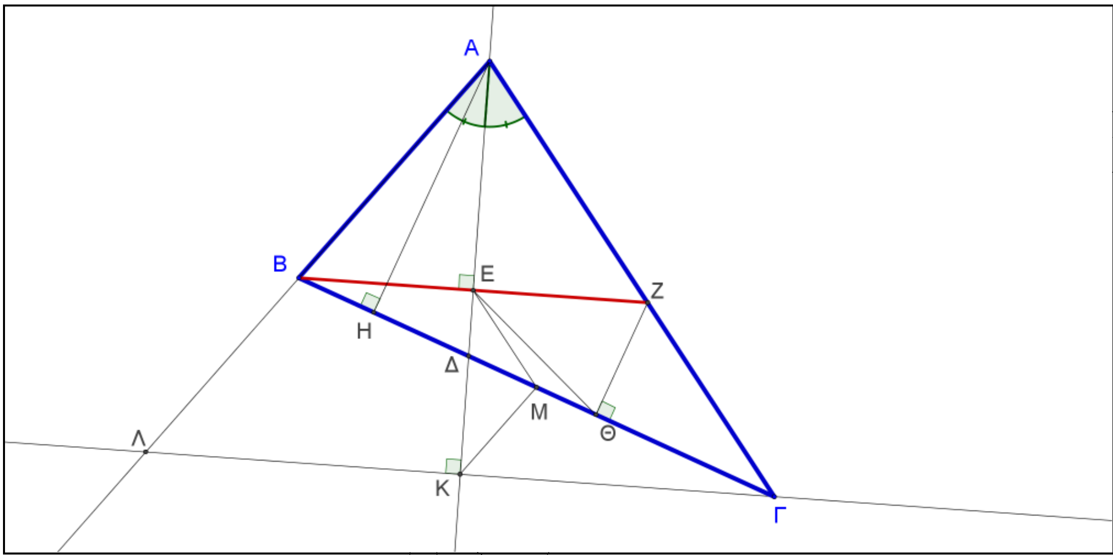
Είναι $\text{ΑΟ} = \frac{1}{2}\text{ΑΓ}$ **=ΑΔ.** Αφού διχοτομούνται και είναι ίσες οι διαγώνιες του ορθογωνίου θα έχουμε $\text{ΔΟ} = \frac{1}{2}\cdot\text{ΔΒ} = \frac{1}{2}\cdot\text{ΑΓ} = \text{ΑΔ}$.

Άρα το τρίγωνο ΑΟΔ είναι ισόπλευρο, δηλαδή οι γωνίες του είναι 60^o η κάθε μία.

Γ2. Είναι ΔΟ διάμεσος του $\overset{\triangle}{\text{ΑΔΓ}}$ και ΑΜ διάμεσος του $\overset{\triangle}{\text{ΑΔΓ}}$, οπότε Θ βαρύκεντρο του ΑΒΓ.
Άρα ΔΘ=$2\cdot$ΘΟ=2α.
και $\text{ΔΟ} = 3\text{ΘΟ} = 3\alpha$ οπότε $\text{ΒΔ} = 2\text{ΔΟ} = 6\alpha = \text{ΑΓ}$ (διότι οι διαγώνιες ορθογωνίου είναι ίσες).
Όμως $\text{ΑΔ} = \frac{1}{2}\text{ΑΓ} = \frac{1}{2}6\alpha = 3\alpha$.

Γ3. Αφού Μ μέσο ΔΓ και Ν μέσο ΓΒ θα είναι ΜΝ//ΒΔ δηλαδή ΒΝΜΔ τραπέζιο με διάμεσο $\delta = \frac{\text{ΒΔ}+\text{ΜΝ}}{2} = \frac{6\alpha+3\alpha}{2} = \frac{9\alpha}{2}$ αφού το τμήμα ΜΝ είναι το μισό της ΒΔ.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Αφού ΑΕ είναι διχοτόμος και ύψος στο $\overset{\triangle}{ABZ}$ θα είναι $\overset{\triangle}{ABZ}$ ισοσκελές και ΑΕ διάμεσος, δηλαδή Ε μέσο του ΒΖ και ΒΕ = ΕΖ. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{\triangle}{Z\Theta B}$ η ΘΕ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΖ, άρα $E\Theta = \frac{BZ}{2} = BE$, οπότε το τρίγωνο ΒΕΘ είναι ισοσκελές.

Δ2. Το τετράπλευρο ΑΒΗΕ είναι εγγράψιμο αφού η πλευρά ΑΒ φαίνεται από τις κορυφές Η και Ε με ίσες γωνίες $B\hat{H}A = B\hat{E}A = 90^o$.

Δ3. Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{ABZ}$ και $\overset{\triangle}{A\Lambda\Gamma}$ είναι ισοσκελή αφού η διχοτόμος της γωνίας Α ταυτίζεται με τα αντίστοιχα ύψη τους. Άρα ΑΒ = ΑΖ και ΑΛ = ΑΓ οπότε αφαιρώντας τις ισότητες κατά μέλη προκύπτει ΒΛ = ΖΓ.

Δ4. Τα Ε και Μ είναι μέσα των πλευρών ΒΖ και ΒΓ του τριγώνου ΒΖΓ οπότε $EM = // \frac{Z\Gamma}{2}$ και τα Μ και Κ είναι μέσα των πλευρών ΒΓ και ΛΓ του τριγώνου ΓΒΛ οπότε $MK = // \frac{B\Lambda}{2}$. Αφού ΒΛ = ΓΖ θα είναι και ΕΜ = ΜΚ, δηλαδή το τρίγωνο ΕΜΚ είναι ισοσκελές και από τις προηγούμενες παραλληλίες έχουμε $E\hat{M}\Delta = \hat{\Gamma}$ (εντός – εκτός και επί τα αυτά μέρη) και $B\hat{M}K = \hat{B}$ (εντός εναλλάξ), οπότε $E\hat{M}K = \hat{\Gamma} + \hat{B} = 180^o - \hat{A}$.